

Escola Secundária de Paredes

Matemática – 9.º ano

Turma C

Ano Lectivo 2008/2009

Nome: _____ N.º: _____

Objectivos da ficha de trabalho:

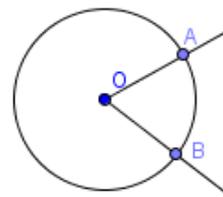
- Familiarizar o aluno com o programa Geogebra.
- Realizar um conjunto de actividades que proporcionarão a dedução de propriedades geométricas.



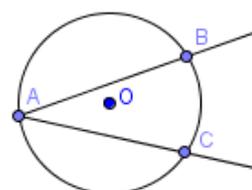
Pré-requisitos

Antes de se iniciarem as actividades é necessário relembrar duas noções:

- Ângulo ao centro numa circunferência é um ângulo que tem o vértice no centro da circunferência e cada lado contém um raio. O arco compreendido entre os lados do ângulo chama-se arco correspondente ao ângulo ou arco compreendido entre os seus lados.



- Ângulo inscrito numa circunferência é um ângulo que tem o vértice na circunferência e cada lado contém uma corda. O arco compreendido entre os lados do ângulo chama-se arco correspondente ao ângulo ou arco compreendido entre os seus lados.



Dois ângulos, um ao centro e outro inscrito, dizem-se correspondentes se tiverem o mesmo arco correspondente.

Instruções gerais

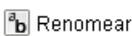
- No menu **Exibir**, esconda os “Eixos coordenados”, a “Janela de álgebra” e o “Campo de entradas de comandos”.
- No menu **Opções**, coloque a opção “Rotular” em “Apenas pontos novos”.
- Em cada uma das ferramentas da barra de ferramentas existe uma pequena seta que permite visualizar todas as opções dessa categoria de ferramentas.

- Sempre que seleccionar uma ferramenta aparece à direita da barra de ferramentas a forma de a aplicar.
- Para apagar um objecto “indesejado”, basta clicar sobre ele com o botão direito do rato e seleccionar “Apagar”.
- No canto superior direito encontram-se duas setas que permitem desfazer os passos realizados anteriormente.
- Após a realização de cada uma das actividades poderá observar os passos realizados através da selecção “*Protocolo de construção*” do menu **Exibir**.
- Após a realização de cada uma das actividades grave-a com um nome alusivo à mesma.
- Leia atentamente cada instrução até ao fim.

Actividade 1 – Ângulo inscrito numa circunferência e ângulo ao centro correspondente



Escolha a ferramenta “*Circunferência dados o centro e o raio*” (6.ª coluna das ferramentas). Clique uma vez na “*Janela Gráfica*” de modo a criar o ponto A, centro da circunferência, e atribua um raio arbitrário.



Renomear

Clique no botão direito do rato sobre o ponto A (centro da circunferência) e seleccione a opção “*Renomear*”. Renomeie o ponto A para O.



Selecione a ferramenta “*Novo ponto*” (2.ª coluna das ferramentas) e marque sobre a circunferência três pontos, A, B e C.



Escolha a ferramenta “*Semi-recta definida por dois pontos*” (3.ª coluna das ferramentas) e construa as semi-rectas $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{AC}$, e $\overset{\frown}{OB}$ e $\overset{\frown}{OC}$, clicando no ponto origem da semi-recta e de seguida no outro ponto da mesma. Assim ficam representados os ângulos BAC (ângulo inscrito) e BOC (ângulo ao centro) ambos com o mesmo arco correspondente.



Escolha a ferramenta “*Ângulo*” (7.ª coluna das ferramentas) e clique sobre os três pontos de cada um dos ângulos representados anteriormente, seguindo o sentido dos ponteiros do relógio e clicando em segundo lugar obrigatoriamente no vértice do ângulo. Desta forma, ficam determinadas as amplitudes dos dois ângulos. Compare as duas amplitudes obtidas.



Escolha a ferramenta “*Mover*” (1.ª coluna das ferramentas), clique de forma continuada sobre os pontos A, B e C e mova-os sobre a circunferência. À medida que vai movendo os pontos compare a amplitude do ângulo ao centro BOC com a amplitude do ângulo inscrito BAC.

Enuncie por palavras suas a propriedade geométrica observada.



Escolha a ferramenta “*Inserir texto*” (9.ª coluna das ferramentas). Clique na “*Janela gráfica*” e escreva a propriedade geométrica observada.

Observação:



Sempre que pretender deslocar um objecto, seleccione a ferramenta “*Mover*” (1.ª coluna das ferramentas). Clique com o botão esquerdo do rato de forma contínua sobre o objecto e desloque-o.

Actividade 2 – Ângulo inscrito numa semicircunferência



Escolha a ferramenta “*Circunferência dados o centro e o raio*” (6.ª coluna das ferramentas). Clique uma vez na “*Janela Gráfica*” de modo a criar o ponto A, centro da circunferência, e atribua um raio arbitrário.



Clique no botão direito do rato sobre o ponto A (centro da circunferência) e seleccione a opção “*Renomear*”. Renomeie o ponto A para O.



Escolha a ferramenta “*Novo ponto*” (2.ª coluna das ferramentas) e marque sobre a circunferência um ponto, A.



Escolha a ferramenta “*Reflexão em relação a um ponto*” (8.ª coluna das ferramentas) e clique no ponto A e de seguida no ponto O, obtendo o ponto A', simétrico de A em relação a O.



Clique no botão direito do rato sobre o ponto A' e seleccione a opção “*Renomear*”. Renomeie o ponto A' para B.



Escolha a ferramenta “*Segmento definido por dois pontos*” (3.ª coluna das ferramentas) e trace o segmento de recta [AB], diâmetro da circunferência de centro em O.



Escolha a ferramenta “*Novo ponto*” (2.ª coluna das ferramentas) e marque sobre a circunferência um ponto, C.



Escolha a ferramenta “*Semi-recta definida por dois pontos*” (3.ª coluna das ferramentas) e construa as semi-rectas $\dot{C}A$ e $\dot{C}B$, clicando no ponto origem da semi-recta e de seguida no outro ponto da mesma. Assim fica representado o ângulo ACB.



Escolha a ferramenta “*Ângulo*” (7.ª coluna das ferramentas) e clique sobre os três pontos do ângulo ACB, seguindo o sentido dos ponteiros do relógio e clicando em segundo lugar obrigatoriamente no vértice do ângulo. Desta forma, determina a amplitude do ângulo ACB.



Escolha a ferramenta “*Mover*” (1.ª coluna das ferramentas), clique continuamente sobre o ponto C e mova-o sobre a circunferência. À medida que vai movendo o ponto C observe a amplitude do ângulo ACB.

Enuncie por palavras suas a propriedade geométrica observada.



Escolha a ferramenta “*Inserir texto*” (9.ª coluna das ferramentas). Clique na “*Janela gráfica*” e escreva a propriedade geométrica observada.

Dedução da mesma propriedade mas usando uma semicircunferência



Escolha a ferramenta “*Semicircunferência dados dois pontos*” (6.ª coluna das ferramentas). Clique duas vezes na “*Janela Gráfica*” de modo a criar a semicircunferência de diâmetro [AB].



Escolha a ferramenta “*Segmento definido por dois pontos*” (3.ª coluna das ferramentas) e trace o segmento de recta [AB], diâmetro da semicircunferência.



Selecione a ferramenta “*Novo ponto*” (2.ª coluna das ferramentas) e marque sobre a semicircunferência um ponto, C.



Construa as semi-rectas $\dot{C}A$ e $\dot{C}B$ usando a ferramenta “*Semi-recta definida por dois*

pontos” (3.ª coluna das ferramentas), clicando no ponto origem da semi-recta e de seguida no outro ponto da mesma. Assim fica representado o ângulo ACB.



Escolha a ferramenta “Ângulo” (7.ª coluna das ferramentas) e clique nos três pontos do ângulo ACB, seguindo o sentido dos ponteiros do relógio e clicando em segundo lugar obrigatoriamente no vértice do ângulo. Desta forma, determina a amplitude do ângulo ACB.



Mova o ponto C sobre a semicircunferência seleccionando a ferramenta “Mover” (1.ª coluna das ferramentas). À medida que vai movendo o ponto C observe a amplitude do ângulo ACB.

Actividade 3 – Soma das amplitudes dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência



Crie uma circunferência utilizando a ferramenta “Circunferência dados o centro e o raio” (6.ª coluna das ferramentas). Clique uma vez na “Janela Gráfica” de modo a criar o ponto A, centro da circunferência, e atribua um raio arbitrário.



Clique no botão direito do rato sobre o ponto A (centro da circunferência) e seleccione a opção “Renomear”. Renomeie o ponto A para O.



Selecione a ferramenta “Polígono” (5.ª coluna das ferramentas) e clique quatro vezes sobre a circunferência de modo a criar um quadrilátero inscrito na circunferência. Por último, clique no primeiro ponto marcado para fechar o quadrilátero.



Escolha a ferramenta “Ângulo” (7.ª coluna das ferramentas) e clique em três vértices consecutivos do quadrilátero ou dois segmentos de recta contíguos, seguindo o sentido dos ponteiros do relógio, de forma a determinar as amplitudes dos quatro ângulos internos do quadrilátero.

No menu **Exibir**, exiba “Campo de entradas de comandos” (aparece na parte inferior do ecrã).

No “Campo de entradas de comandos”, insira os seguintes comandos e de seguida tecele em “Enter”.

$$S_1 = \hat{\text{Ângulo}}[A,B,C] + \hat{\text{Ângulo}}[C,D,A]$$

$$S_2 = \hat{\text{Ângulo}}[D,A,B] + \hat{\text{Ângulo}}[B,C,D]$$

S_1 e S_2 dão-nos as somas das amplitudes dos ângulos opostos do quadrilátero. Os valores de S_1 e S_2 (S_1 e S_2) poderão ser vistos na “*Janela de álgebra*” que pode ser activada no menu **Exibir**.



Seleccione a ferramenta “*Inserir texto*” (9.ª coluna das ferramentas). Clique na “*Janela gráfica*” e escreva “Soma das amplitudes dos ângulos opostos B e D=”+ S_1 e “Soma das amplitudes dos ângulos opostos A e C=”+ S_2 .

A parte do texto que se encontra entre aspas é a parte estática do texto, enquanto a outra, dependente das amplitudes adicionadas, designa-se por parte dinâmica.



Escolha a ferramenta “*Mover*” (1.ª coluna das ferramentas), clique continuamente sobre os pontos A, B, C e D e mova-os sobre a circunferência. À medida que vai movendo os pontos observe as amplitudes dos ângulos internos e os valores de S_1 e S_2 (S_1 e S_2) na “*Janela de álgebra*” e/ou no texto dinâmico escrito na “*Janela gráfica*”.

Enuncie por palavras suas a propriedade geométrica observada.



Escolha a ferramenta “*Inserir texto*” (9.ª coluna das ferramentas). Clique na “*Janela gráfica*” e escreva a propriedade geométrica observada.

FIM

Software Geogebra

A utilização do software Geogebra permite-nos, usando todas as suas potencialidades, criar e explorar figuras geométricas de forma dinâmica através da construção de pontos, rectas, ângulos, polígonos, círculos e outros objectos, conjugando o trabalho geométrico, algébrico e de cálculo em simultâneo. Desta forma, é uma ferramenta bastante útil na formulação de conjecturas, respectivas provas e estabelecimento de relações que de outra forma seriam dificilmente atingíveis. Além das suas potencialidades, a sua simplicidade de utilização, a apresentação dos comandos em português e a fácil e gratuita aquisição através de um download fazem deste software um bom instrumento de trabalho no ensino e aprendizagem da Matemática.

Actividades e seus objectivos

A ficha de trabalho é constituída por três actividades que permitirão deduzir três propriedades geométricas incluídas na unidade temática “Circunferência e polígonos. Rotações” do 9.º ano de escolaridade. Estas propriedades só se tornam evidentes aquando da utilização do software Geogebra ou outro do mesmo tipo.

As actividades escolhidas têm como objectivos:

- proporcionar aos alunos um primeiro contacto com o software Geogebra;
- revelar a facilidade de utilização do software para posterior uso dentro e fora da sala de aula;
- fomentar a autonomia e o gosto de aprender de forma activa e lúdica;
- proporcionar o uso das novas tecnologias no processo de ensino/aprendizagem;
- deduzir propriedades geométricas que de outra forma seriam dificilmente atingíveis.

Pré-requisitos matemáticos exigidos aos alunos

- Conhecimento das noções de ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência e arcos correspondentes.

Pré-requisitos em relação ao Geogebra exigidos aos alunos

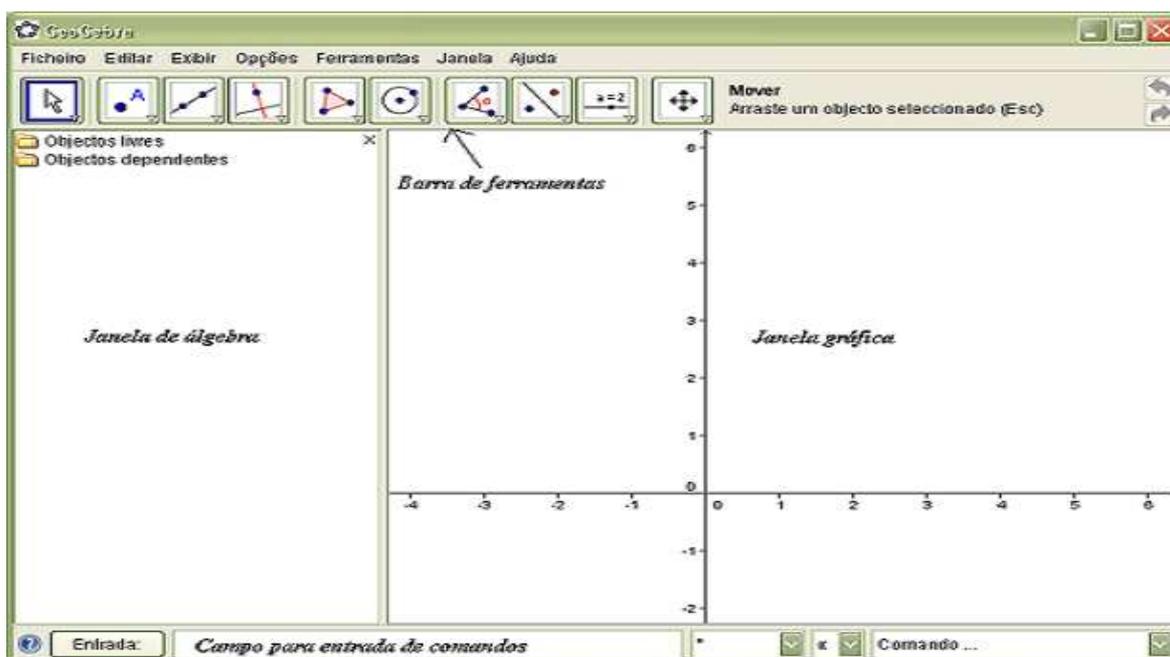
- A ficha de trabalho foi concebida partindo do princípio que os alunos utilizam pela primeira vez este software. No início da ficha há um conjunto de instruções gerais que deverão ser lidas com especial atenção e praticadas antes do início das actividades. As etapas de construção das actividades estão descritas detalhadamente.

Pré-requisitos em relação ao Geogebra exigidos aos professores

- É de especial importância que o professor conheça de forma prática algumas das potencialidades e domine os principais aspectos técnicos do software antes da aplicação da ficha de trabalho. Pela simplicidade de utilização, em pouco tempo e de forma agradável é possível explorar e conhecer a sua funcionalidade.

O software é constituído por:

- sete *menus* (Ficheiro, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda);
- uma *barra de ferramentas* subdividida em dez categorias. Do lado direito desta barra, encontra-se a ferramenta escolhida e as instruções para a aplicar.
- uma *Janela de Álgebra* (lado esquerdo do ecrã, quando exibida);
- uma *Janela Gráfica* (preenche cerca de dois terços do ecrã);
- e um *Campo para entrada de Comandos* (encontra-se na parte inferior do ecrã, quando exibido).



Após a leccionação e assimilação por parte dos alunos das noções de ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência, a ficha de trabalho poderá ser aplicada de forma a que os alunos possam deduzir algumas das propriedades geométricas referentes à unidade temática “Circunferência e polígonos. Rotações”.

Antes de se dar início às actividades, o professor deverá fazer uma introdução sobre as potencialidades do software e as vantagens da sua utilização. De seguida, deverá fazer referência, permitindo a visualização por parte dos alunos, aos menus, às ferramentas, à parte algébrica, à parte gráfica e ao campo de entradas de comandos. As instruções gerais deverão ser lidas e

aplicadas pelo professor. Por último, o professor deverá disponibilizar um período de tempo para que os alunos possam fazer um reconhecimento do software, devendo estes aplicar as instruções anteriormente abordadas pelo docente e experimentar/explorar algumas das funcionalidades do Geogebra.

Seguidamente, pode ser iniciada a primeira actividade, a qual deverá ser realizada em simultâneo por todos os alunos da turma e de forma dirigida pelo professor, deixando para estes o enunciar da propriedade observada. As actividades posteriores deverão implicar uma maior autonomia e responsabilidades dos alunos, encarregando-se o professor de esclarecer eventuais dúvidas.

Com a aplicação das três actividades pretende-se que os alunos cheguem respectivamente à conclusão que:

1. A amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência é igual a metade da amplitude do ângulo ao centro correspondente.
2. Um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo recto. Consequentemente, um triângulo inscrito numa semicircunferência é rectângulo.
3. A soma das amplitudes dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência é 180° (ângulos suplementares).

Sugestão de outros conteúdos temáticos do 9.º ano que podem ser trabalhos com o auxílio do Geogebra

- Equações do 1.º grau com duas incógnitas.
- Resolução gráfica de sistemas.
- Função de proporcionalidade inversa.
- Representação de números na recta real.
- Áreas de polígonos.
- Outras propriedades na circunferência.
- Rotações e outras isometrias.
- Equações do 2.º grau.
- Razões trigonométricas de um ângulo agudo.
- Áreas e volumes de sólidos.