

# Dynamische und interaktive Materialien für den Mathematikunterricht

Markus Hohenwarter, Salzburg 2006

## Zusammenfassung

Der Siegeszug des Internet macht auch vor den Klassenzimmern nicht Halt. Für den Mathematikunterricht gewinnen online verfügbare Materialien immer mehr an Bedeutung. Sie können einfach erstellt, weitergegeben und verändert werden und sind praktisch überall verfügbar. In diesem Artikel werden einige Arten elektronischer Unterrichtsmaterialien anhand von mit der dynamischen Mathematiksoftware *GeoGebra* erstellten Beispielen besprochen. Außerdem wird der kooperative Materialienpool *GeoGebraWiki* vorgestellt und auf ausgewählte Gestaltungsprinzipien für e-Learning Materialien eingegangen.

## Kognitive Werkzeuge

Für den Mathematikunterricht gibt es inzwischen zahlreiche computerbasierte Lernumgebungen. Am Nachmittagsmarkt sind dies vor allem auf spezielle Themen ausgerichtete Lernprogramme, welche als CD-ROMs verkauft werden. Im Unterricht der Schulen selbst sind eher Programme mit Werkzeugcharakter vertreten, die für viele verschiedene Themenbereiche eingesetzt werden können. Dazu zählen insbesondere dynamische Geometriesoftware, Computeralgebrasysteme und Tabellenkalkulationen, wobei die Grenzen zwischen diesen Werkzeugtypen heute zunehmend verwischen. Für die kostenlose Unterrichtssoftware *GeoGebra* ([www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)) ist etwa der Terminus *dynamische Mathematiksoftware* besser geeignet, da sich dieses Werkzeug zur dynamischen Behandlung von Inhalten aus Geometrie, Algebra und Analysis eignet.

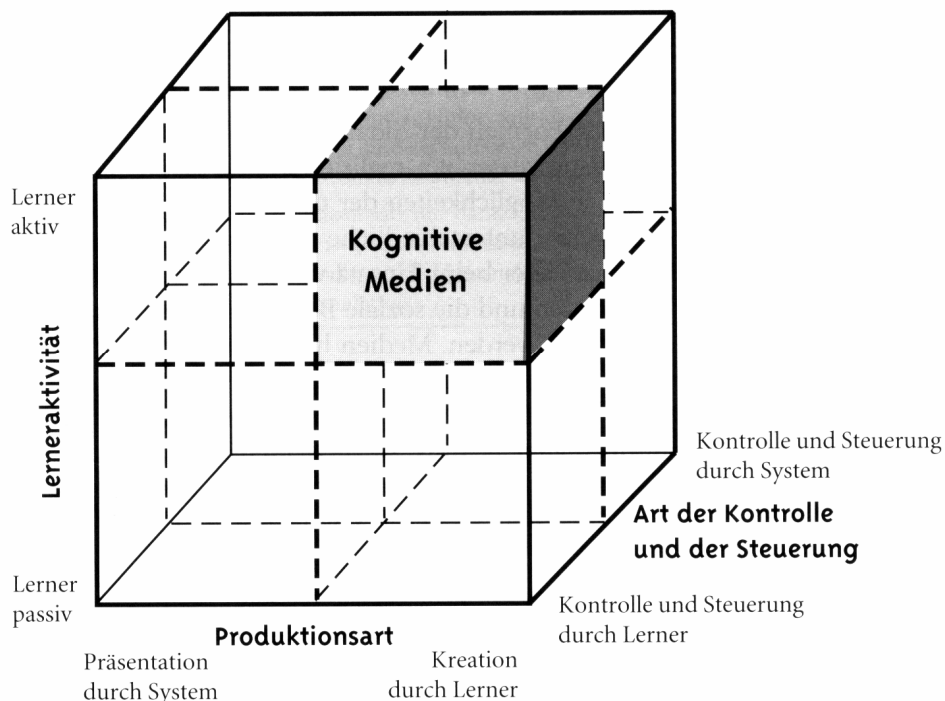


Abbildung 1: Kognitive Werkzeuge (Medien) nach Jonassen (Abbildung aus Klimsa 2002, S. 15)

Mit solchen *kognitiven Werkzeugen* oder *Medien* (vgl. Dörfler 1991, Jonassen 1992) können mathematische Modelle von Grund auf selbst erstellt werden. Dadurch unterscheiden sie sich von reinen Simulationen, bei denen lediglich vorgegebene Modelle verändert werden können. Wegen Ihrer vielseitigen Anwendbarkeit eignen sie sich gut für die mathematische Modellbildung und können aktives und entdeckendes Lernen sowie innere Differenzierung unterstützen. Im Unterschied zu reinen Drill & Practice Lernprogrammen sehen kognitive Werkzeuge den Lerner als aktiven Konstrukteur seines Wissens und geben ihm auch Freiräume in der Steuerung des Systems (siehe Abbildung 1).

Mit einer dynamischen Geometriesoftware lassen sich beispielsweise Konstruktionen von Grund auf erstellen und danach mittels dynamischer Veränderung untersuchen. Hierzu ist je nach Schwierigkeitsgrad der Aufgabe mitunter einiges an Werkzeugkompetenz sowohl auf Seiten der Schüler wie auch des Lehrers gefordert. Man muss über die grundlegende Funktionsweise eines dynamischen Geometrieprogramms bzw. die Befehlssyntax eines Computeralgebrasystems Bescheid wissen, um erfolgreich damit im Unterricht arbeiten zu können. Zwar wird die Bedienung moderner Unterrichtssoftware immer einfacher, eine gewisse Einstiegshürde im Zusammenhang mit der Werkzeugkompetenz lässt sich aber nicht ganz vermeiden.

Wenn sich eine Lehrerin dafür entscheidet, längerfristig und regelmäßig mit einem Softwarewerkzeug im Unterricht zu arbeiten, so wird sie die Zeit zur Aneignung der grundlegenden Bedienungskompetenz als gute Investition in einen schülerzentrierten Unterricht sehen. Heute ist diese Lehrerin aber wohl noch eher die Ausnahme als die Regel, da in vielen Schulen einfach noch nicht genügend Rechner zur Verfügung stehen, um im Mathematikunterricht ständig damit arbeiten zu können. Ein wenig entschärft wird diese Situation durch die Verfügbarkeit von Open Source Software wie z.B. *GeoGebra*, *Geonext* oder *Zirkel und Lineal*. Diese kostenlosen Programme können die Schüler problemlos zu Hause installieren, wodurch sich der Einsatz solcher Werkzeuge auch teilweise in die Hausübungen auslagern lässt.

## **Vorgefertigte Materialien**

Für den Regelunterricht in der Schule selbst stellen heute vorgefertigte Materialien eine gute Möglichkeit dar, um die Zeit- und Infrastrukturprobleme rund um den Einsatz von kognitiven Werkzeugen zu entschärfen. Technisch gesehen gibt es dabei im Wesentlichen zwei Möglichkeiten:

1. Werkzeugabhängig: Vorlagedateien für ein bestimmtes Programm
2. Werkzeugunabhängig: dynamische Webseiten

### **Werkzeugabhängig: Vorlagedateien**

Der erste Ansatz ist mit allen computerbasierten Werkzeugen möglich: als Lehrer erstellen Sie mit dem Programm Ihrer Wahl eine vorgefertigte Datei, die Ihre Schüler dann zusammen mit konkreten Arbeitsaufträgen zur weiteren Bearbeitung erhalten. Hier müssen die Schüler nicht genau wissen, wie die Datei erstellt wurde: ihre Aufgabe besteht darin, das vorgegebene Modell entweder selbstständig zu erweitern oder durch Veränderung von etwa Punkten oder Parametern zu beeinflussen. Dazu brauchen die Schüler deutlich weniger Wissen über die Bedienung des verwendeten Werkzeugs. Technische Voraussetzung für diese Vorgangsweise ist, dass das betreffende Programm auf den Schülercomputern installiert ist.

Nehmen wir beispielsweise an, dass Ihre Schüler den Umkreismittelpunkt eines Dreiecks mit Hilfe einer dynamischen Geometriesoftware konstruieren und dann für spezielle Arten von Dreiecken untersuchen sollen. Dazu könnten Sie mit GeoGebra eine Vorlagedatei erstellen, in welcher ein Dreieck zu sehen ist, dessen Seitenlängen mit Hilfe dreier Schieberegler verändert werden können (siehe Abbildung 2). Ausgehend von dieser Vorlagedatei konstruieren Ihre Schüler den Umkreismittelpunkt in GeoGebra. Dazu müssen sie nur wissen, wie man in GeoGebra Mittelsenkrechten konstruiert und Geraden schneidet. Mit den vorgegebenen Schieberegler können sie schließlich den wichtigen Spezialfall eines rechtwinkligen Dreiecks (z.B.  $a=5$ ,  $b=12$ ,  $c=13$ ) einfach untersuchen.

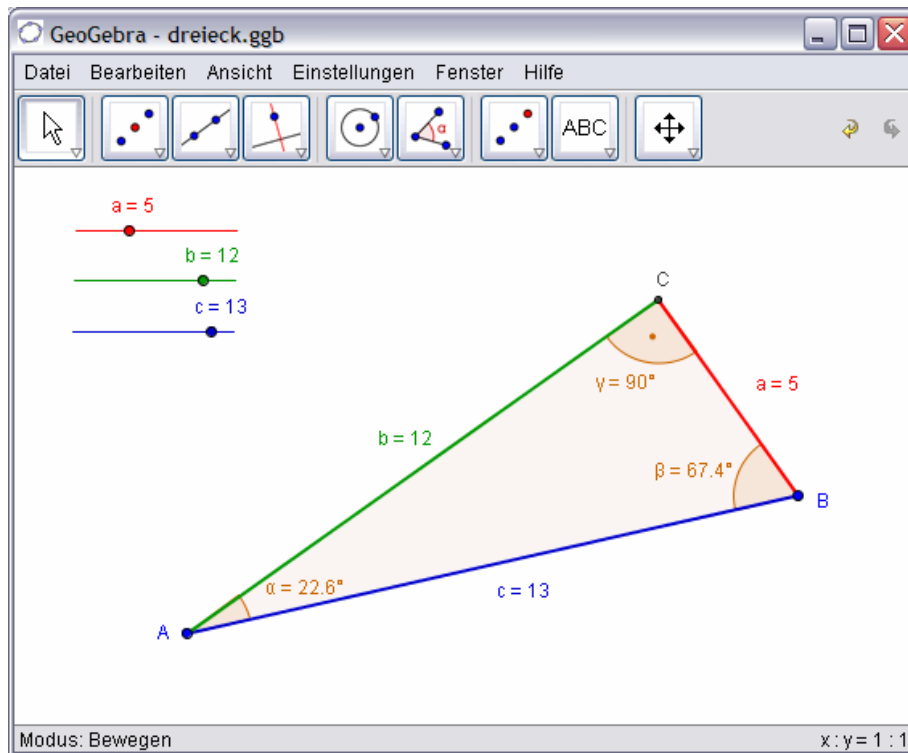


Abbildung 2: Dreiecksvorlage in GeoGebra

### Werkzeugunabhängig: dynamische Webseiten

Beim Export von Materialien als Webseiten erstellen Sie als Lehrer zunächst wieder das mathematische Modell mit einem computerbasierten Werkzeug. Das Ergebnis speichern Sie diesmal aber nicht als Datei des entsprechenden Programms ab, sondern exportieren es so, dass die Schüler damit unabhängig vom erzeugenden Werkzeug arbeiten können. Konkret bedeutet das heute üblicherweise, dass Sie eine Webseite (HTML Datei) exportieren, die dann lokal, im Schulnetzwerk oder über das Internet mit einem beliebigen Webbrowser (z.B. *Mozilla Firefox*, *Internet Explorer*, *Safari*, usw.) von Ihren Schülern verwendet werden kann. Vor allem dynamische Geometrieprogramme (z.B. *Cinderella*, *Euklid Dynageo*, *GeoGebra*, *Geonext* oder *Zirkel und Lineal*) bieten heute meist sehr komfortable Möglichkeiten, dynamische Webseiten zu erstellen. Als technische Voraussetzung für den Einsatz solcher Materialien brauchen Sie neben dem auf jedem Computer verfügbaren Webbrowser meist Java (kostenlos von [www.java.com](http://www.java.com)). Das Programm selbst, mit dem die Webseiten erstellt wurden, muss auf den Schülercomputern aber üblicherweise nicht installiert sein.

Betrachten wir noch einmal das Beispiel des Umkreismittelpunkts. Dieses Mal sollen die Schüler nicht selbst konstruieren sondern nur der Frage nachgehen, wann der Umkreismittelpunkt im Dreieck, auf einer Dreiecksseite oder außerhalb des Dreiecks liegt. Dazu können Sie mit GeoGebra ein so genanntes *dynamisches Arbeitsblatt* erzeugen: eine Webseite (HTML Datei) mit den entsprechenden Arbeitsaufträgen als Text und einer eingebetteten dynamischen Konstruktion. Die Schüler öffnen dieses dynamische Arbeitsblatt mit einem Webbrowser und sehen ein Dreieck mit konstruiertem Umkreis (siehe Abbildung 3). Mit Hilfe der Schieberegler können sie die Seitenlängen verändern und so die eingangs angeführte Fragestellung untersuchen. Dazu brauchen sie GeoGebra nicht zu kennen und das Programm muss auch auf dem Schülerrechner nicht vorhanden sein. Technische Voraussetzung für ein solches dynamisches Arbeitsblatt ist nur, dass Java installiert ist. Das dynamische Arbeitsblatt kann den Schülern lokal auf einem einzelnen Rechner, im Schulnetzwerk oder via Internet zur Verfügung gestellt werden.

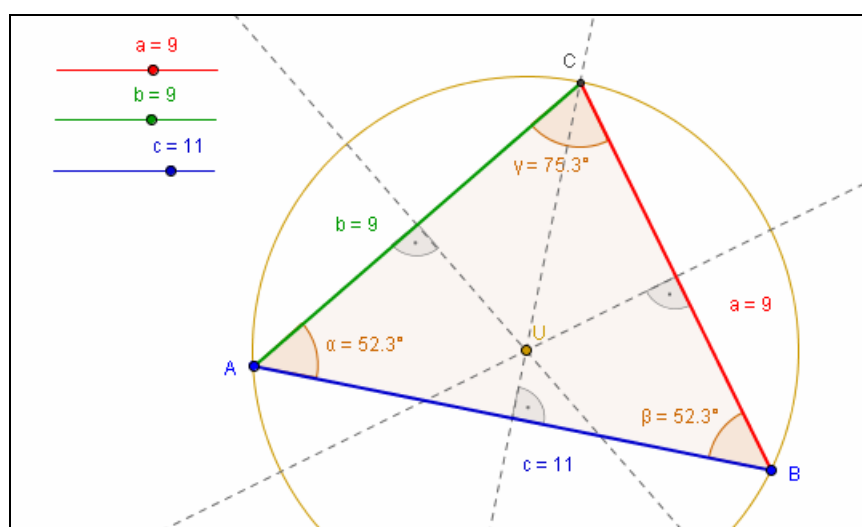


Abbildung 3: dynamische Konstruktion eines Umkreises als Teil einer Webseite

Durch die Vorbereitung von Vorlagedateien oder dynamischen Webseiten können die Anforderungen an die Schüler in punkto Bedienungskompetenz heruntergeschraubt werden. Neben dem reinen Zeitgewinn hilft das auch der Konzentration auf das Wesentliche: Bei langwierigen Aufgaben an der Tafel oder im Heft kommt es schon mal vor, dass man vor lauter Rechnen die Fragestellung vergisst. Wenn der algorithmische Teil einer Aufgabe sehr viel Zeit in Anspruch nimmt, kann das eigentliche Ziel leicht aus den Augen verloren werden. Am Computer ist es nicht anders, wenn die Schüler zur Lösung einer Aufgabe eine Konstruktion oder ein mathematisches Modell von Grund auf selbst erstellen sollen. Wenn es im Unterricht aber nicht um die Erstellung des Modells selbst geht, verstellt die Konzentration auf die Werkzeugkompetenz mitunter den Blick auf die eigentlich zu untersuchenden mathematischen Eigenschaften. Mit vorbereiteten Materialien können Sie hingegen den Fokus auf den gewünschten Aspekt lenken.

## Dynamische Webseiten und interaktive Übungen

Neben der Werkzeugunabhängigkeit haben dynamische Webseiten einen weiteren großen Vorteil: sie können über das Internet sehr einfach weitergegeben und damit praktisch überall verfügbar gemacht werden. Inzwischen gibt es zahlreiche kostenlose Seiten mit solchen dynamischen Unterrichtsmaterialien. Ein Beispiel dafür ist der Materialienpool *GeoGebraWiki*, der etwas später vorgestellt wird. An dieser

Stelle wollen wir zunächst noch über eine interessante Erweiterung der dynamischen Webseiten sprechen: ihre Kombination mit interaktiven Übungen.

Dynamische Webseiten bieten die Möglichkeit, ein vorgegebenes Modell zu verändern, wobei die Abhängigkeiten zwischen dessen Objekten laufend dynamisch aktualisiert werden. Die Rückmeldung an den Lerner ist implizit: sie liegt darin, dass er sieht, was bei einer Veränderung mit dem Gesamtmodell passiert. Meist interessiert man sich für Invarianten, also Eigenschaften des Modells, die bei Veränderung eines Objektes gleich bleiben. Im obigen Beispiel des Umkreises (siehe Abbildung 3) ist es ebenso: die Eigenschaft, dass der Umkreismittelpunkt innerhalb bzw. außerhalb des Dreiecks liegt, ist für spitzwinkelige bzw. stumpfwinkelige Dreiecke invariant. Im Grenzfall des rechtwinkligen Dreiecks liegt der Umkreismittelpunkt auf der Hypotenuse. Das alles kann mit Hilfe der dynamischen Konstruktion entdeckt werden.

Bei interaktiven Übungen oder Tests erhält der Lerner eine explizite Rückmeldung zu seinen Ergebnissen bei konkreten Aufgabenstellungen. Als Beispiel sei hier eine Übung zum Erweitern von Brüchen angeführt (siehe Abbildung 4). Nach Eingabe der Lösung in ein Textfeld kann man diese überprüfen lassen und bekommt eine Rückmeldung. Zusätzlich können bei dieser Übung beliebig viele weitere Aufgaben gestellt werden. Dabei verändern sich jeweils beide Brüche und die gesuchte Zahl  $x$  steht immer an einer anderen Stelle im Zähler oder Nenner des linken oder rechten Bruchs.

The screenshot shows a web interface for a math exercise. On the left, a light green sidebar contains a 'Home page' button, instructions about a random generator, a task description, a 'Lösung prüfen' button, and a '200 Punkte-Marke' goal. The main area is titled 'Bruchrechnen - Erweitern von Brüchen' and 'Variable Übungsaufgabe'. It displays the equation  $\frac{2}{3} = \frac{x}{24}$  and asks 'Was ist x für eine Zahl?'. Below this, there is an input field with '16', a 'Lösung prüfen' button, and a red 'Ausgezeichnet!' message. A 'Neue Aufgabe stellen' button is also present. At the bottom, it shows 'Punktestand: 50 bei 2 Aufgaben.' and a link to a highscore list.

Abbildung 4: Interaktive Übung zum Erweitern von Brüchen (von <http://www.realmath.de/Neues/Klasse6/erweitern.html>)

Dynamische Materialien bieten Ihren Schülern die Möglichkeit, mathematische Experimente durchzuführen und so mathematische Zusammenhänge selbst zu entdecken. Durch die eingeschränkten Möglichkeiten der vorbereiteten Materialien lassen sich Überforderung und Frustration vermeiden – vor allem dann, wenn Ihre Schüler nur gelegentlich am Computer arbeiten. Natürlich machen die Materialien allein noch keinen erfolgreichen Unterricht: entscheidend sind konkrete begleitende Arbeitsaufträge und darauf folgende Übungen, damit sich Ihre Schüler tatsächlich aktiv mit Mathematik auseinandersetzen.

Interaktive Übungen und Tests bieten sich für den Wissenstransfer an. Damit können Schüler ihr Wissen selbst überprüfen und im eigenen Lerntempo an Beispielen üben. Beide Arten von Materialien tragen so dazu bei, dass sich Ihre Schüler aktiv mit mathematischen Inhalten auseinandersetzen. Eine besonders interessante Variante sind dynamische interaktive Übungen, bei denen dynamische Konstruktionen mit automatischer Aufgabenstellung und Ergebnisprüfung kombiniert werden. Nehmen wir wieder ein Beispiel aus der Bruchrechnung (vgl. Meier 2005): bei der Übung in Abbildung 5 sollen zwei gegebene Brüche als Teil eines Rechtecks bzw. eines Kreises dargestellt werden. Dazu müssen zwei dynamische Konstruktionen mit Hilfe von Schieberegler verändert werden. Nach Klick auf „Zeichnung prüfen“ erhält man in einem Textfenster eine genaue Rückmeldung über die Richtigkeit seiner Einstellungen. Mittels „Neue Aufgaben erzeugen“ können beliebig viele weitere Aufgabenstellungen generiert werden.

**Home page**

Im nebenstehenden Arbeitsblatt wurden beim Start der Seite in zwei Bruchteile A und B eines Ganzen erzeugt.

Deine Aufgabe besteht nun darin, diese Bruchteile zu zeichnen.

Dabei kannst du durch Ziehen am Button **in gleich große Stücke unterteilen** und **Anzahl der Stücke wählen** die zugehörige Zeichnung erstellen.

Wenn du fertig bist, kannst du mit **Zeichnungen prüfen** deine Zeichnungen prüfen lassen.

Mit **Neue Aufgaben erzeugen** kannst du dir eine neue Bruchteil-Aufgabe erstellen lassen.

Schaffst du mehr als 199 Punkte?

**Mathematik**

### Bruchteile eines Ganzen zeichnen

$A = \frac{2}{6}$        $B = \frac{2}{8}$  (f)

in gleich große Stücke unterteilen

in gleich große Stücke unterteilen

Anzahl der Stücke wählen

Anzahl der Stücke wählen

Zeichnungen prüfen

Neue Aufgaben erzeugen

**Nicht alles ist richtig! Die mit (f) markierten musst du noch verbessern, dann gibt's Punkte.**

(c) Andreas Meier, Sophie-Scholl-Realschule Weiden i.d.OPf.

Punkte in Highscore-Liste eintragen

Abbildung 5: Dynamische interaktive Übung zum Zeichnen von Bruchteilen (von <http://www.realmath.de/Neues/Klasse6/bruchteil/brucherstellen.html>)

Solche Materialien können auf vielerlei Arten für den Unterricht eingesetzt werden: etwa als Partnerarbeit im Rechnerraum, als Teil eines Stationenbetriebs oder als Hausübung. Beim Einsatz dynamischer und interaktiver Materialien nehmen Ihre Schüler eine sehr aktive Rolle im Unterricht ein: sie müssen sich – egal ob einzeln oder in Gruppen – intensiv mit den Materialien auseinandersetzen, um die

begleitenden Aufgaben lösen zu können. Besonders interaktive Übungen bieten sich für innere Differenzierung an und geben Ihnen als Lehrer Zeit zur individuellen Betreuung Ihrer Schüler.

## GeoGebraWiki – ein kooperativer Materialienpool

Elektronische Unterrichtsmaterialien tragen ganz nebenbei auch zu mehr Kooperation unter den Lehrern selbst bei: im Internet entstehen mehr und mehr Portale, wo Unterrichtsmaterialien kostenlos herunter und auch hoch geladen werden können. Meist dürfen die Materialien auch verändert und weiter gegeben werden. Somit bringt der Austausch von Materialien nicht nur viele neue Ideen sondern auch eine gewisse Arbeitsentlastung bei der Unterrichtsvorbereitung.

Das *GeoGebraWiki* ([www.geogebra.at/wiki](http://www.geogebra.at/wiki)) ist ein Beispiel für einen solchen freien Pool von Unterrichtsmaterialien. Hier finden sich kostenlose Vorlagedateien, dynamische Arbeitsblätter und interaktive Übungen, die mit der Mathematiksoftware *GeoGebra* erstellt wurden. Jeder Besucher des GeoGebraWiki kann eigene Materialien beisteuern und hochladen. Die Inhalte des Pools dürfen dabei kostenlos verwendet und gemäß einer *Creative Commons Lizenz* (siehe Links) auch verändert und weitergegeben werden.

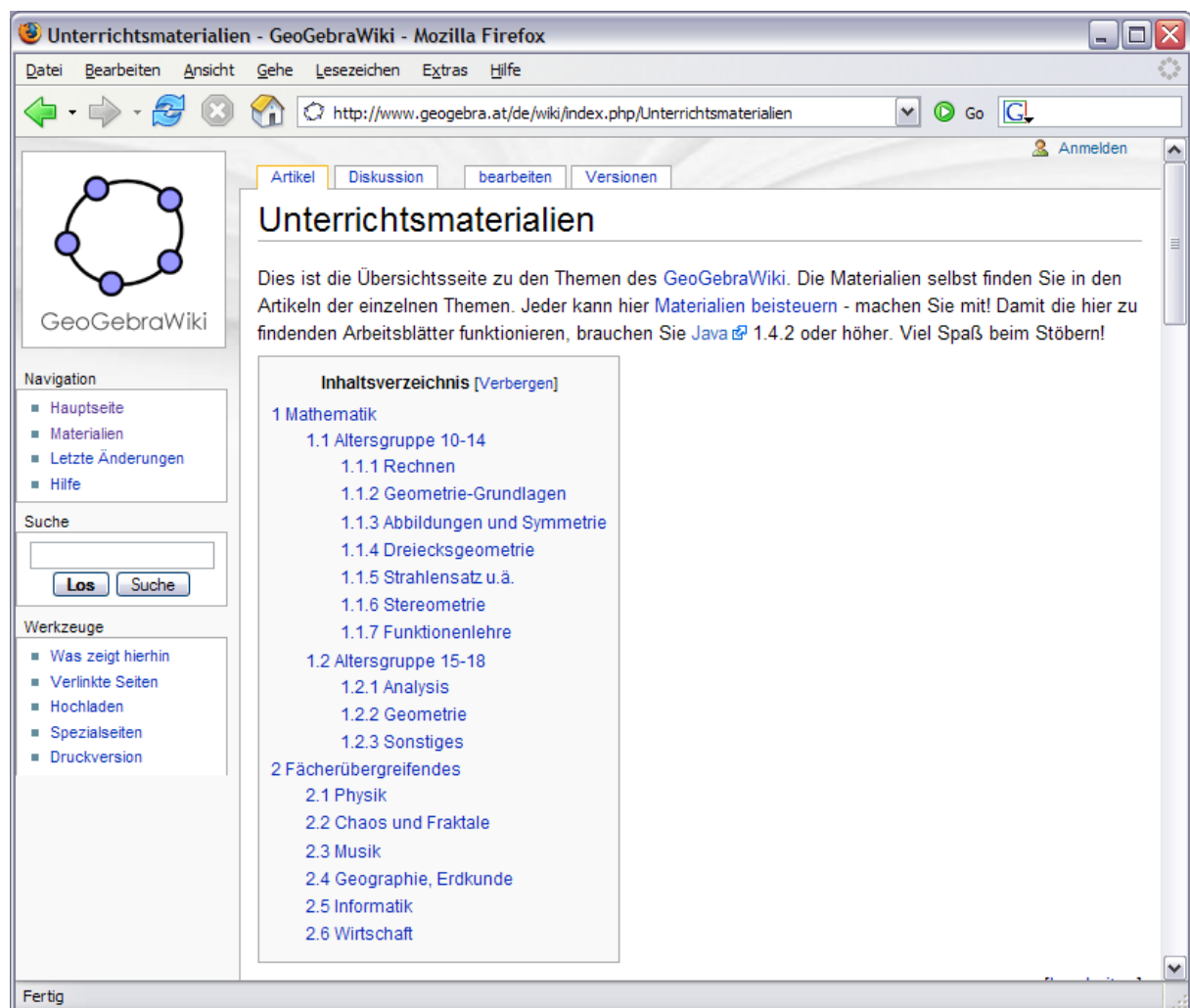


Abbildung 6: Unterrichtsmaterialien im GeoGebraWiki (von <http://www.geogebra.at/wiki>)

Die Übersichtsseite für die Unterrichtsmaterialien (siehe Abbildung 6) des GeoGebraWiki wurde bewusst nicht nach Schulstufen strukturiert, da durch die internationale Verbreitung von GeoGebra nicht von einem einheitlichen Lehrplan ausgegangen werden kann. Stattdessen sind die Unterrichtsmaterialien grob nach Alter (10-14 Jahre, 15-18 Jahre) und nach Themenbereichen eingeteilt. Das *GeoGebraWiki* ist wie die berühmte Online-Enzyklopädie *Wikipedia* technisch gesehen ein *Wiki*.

Ein Wiki, auch WikiWiki und WikiWeb genannt, ist eine im World Wide Web verfügbare Seitensammlung, die von den Benutzern nicht nur gelesen, sondern auch online geändert werden kann. Wikis ähneln damit Content Management Systemen. Der Name stammt von wikiwiki, dem hawaiianischen Wort für „schnell“. Wie bei Hypertexten üblich, sind die einzelnen Seiten und Artikel eines Wikis durch Querverweise (Links) miteinander verbunden. Dazu gibt es in der Regel eine Bearbeitungsfunktion, die ein Eingabefenster öffnet, in dem der Text des Artikels bearbeitet werden kann. (<http://de.wikipedia.org/wiki/Wiki>, April 2006)

Interessante Aspekte eines Wikis sind die Selbstorganisation und kooperative Weiterentwicklung des Systems. Auch im GeoGebraWiki haben die Besucher nicht nur die Möglichkeit, Inhalte zu ergänzen oder zu bearbeiten, sondern sie können auch die Struktur der Seiten selbst verändern. Wenn also beispielsweise ein Artikel aufgrund zu vieler Einträge unübersichtlich geworden ist, kann ein Besucher daraus mehrere neue Unterseiten erzeugen. Diese Flexibilität ist für einen Materialienpool sehr vorteilhaft.

Ein oft gebrachter Einwand gegenüber Wikis besteht in der Möglichkeit des Vandalismus. Bei typischer Wiki-Software ist es Benutzern jedoch möglich, von Vandalen durchgeführte Zerstörungen durch den Aufruf unzerstörter Fassungen der betroffenen Seiten zu beheben. Eine Untersuchung des *IBM Watson Research Center* ergab, dass dies bei der [wikipedia.org](http://de.wikipedia.org) durchschnittlich in weniger als 3 Minuten geschieht. (<http://de.wikipedia.org/wiki/Wiki>, April 2006)

Auch im GeoGebraWiki kann man jederzeit eine beliebige frühere Version einer Seite wiederherstellen, sollte diese versehentlich oder mutwillig zerstört worden sein. Um Seiten anlegen oder verändern zu können, muss man sich zunächst mit einem selbstgewählten Benutzernamen und seiner E-Mail Adresse anmelden. Einerseits ist dies nötig, um den Materialien auch ihren Autor zuordnen zu können (vgl. Creative Commons Lizenz unter Links). Andererseits soll diese kleine Hürde auch dazu beitragen, Vandalismus zu vermeiden. Im ersten Jahr des Betriebs gab es in dieser Hinsicht kaum Probleme. Im Gegenteil: zahlreiche Unterrichtsmaterialien von hoher Qualität wurden von engagierten Lehrern auf diesem Weg öffentlich verfügbar gemacht. Das GeoGebraWiki gibt es übrigens auch in einer internationalen Fassung, wo Materialien in zahlreichen Sprachen zu finden sind.

Der *GeoGebra Upload Manager* ist in gewissem Sinne Teil des GeoGebraWiki. Er dient dazu, dynamische Webseiten, Dateien und Dokumente auf den GeoGebra Server hoch zu laden. Diese hochgeladenen Materialien können dann in den Artikeln des GeoGebraWiki verlinkt werden. Zusätzlich bietet er Funktionen an, um automatisch Downloadpakete in Form von ZIP Dateien zu einzelnen dynamischen Arbeitsblättern zu erstellen. Genaue Informationen dazu sind im GeoGebraWiki unter Hilfe zu finden.

In einer Online-Befragung von GeoGebra-Benutzern am Ende des Schuljahres 2004/2005 (vgl. Hohenwarter 2006) beurteilten von 202 Lehrern 98% das GeoGebraWiki als hilfreich bis sehr hilfreich.



## Gestaltungsprinzipien für e-Learning Materialien

Abschließend wollen wir auf einige ausgewählte Prinzipien der Gestaltung von e-Learning Materialien eingehen. Diese sind einerseits nützlich, wenn Sie selbst solche Materialien erstellen möchten, und helfen Ihnen andererseits bei der Beurteilung von Materialien aus dem Internet.

Unter e-Learning soll hier ganz allgemein Lernen mit Hilfe elektronischer Medien verstanden werden. Dazu gehören sowohl Lernprogramme auf CD-ROM als auch intra- oder internetbasierte Lernumgebungen. Beim *distance* oder *online learning* treffen sich Lehrende und Lernende nie oder fast nie persönlich. Wenn in der Schule elektronische Materialien verwendet werden, handelt es sich dagegen praktisch immer um *blended learning*, also der Verbindung von Präsenzveranstaltungen und elektronischen Lernformen.

Führt der Einsatz von e-Learning Materialien zu besseren (oder schlechteren) Lernerfolgen als der Einsatz von traditionellen Medien wie Büchern?

What we have learned from all the media comparison research is that it's not the medium, but rather the instructional methods that cause learning. When the instructional methods remain essentially the same, so does the learning, no matter how the instruction is delivered. (Clark & Mayer 2002, S. 21)

Die Frage erübrigt sich also: es ist vor allem die Art der Aufbereitung der Lerninhalte, die über den Lernerfolg entscheidet, und nicht das Medium selbst. Elektronische Medien bieten uns lediglich gewisse didaktische Möglichkeiten, die wir mit Buch, Tafel und Overhead nicht haben. Beispielsweise können Schüler mit dynamischen Webseiten mathematische Experimente durchführen und mit interaktiven Übungen selbstständig ihr Wissen testen.

Bleibt also die Frage, wie solche Materialien gestaltet werden sollen, damit sie Lernen fördern. Ein ganz entscheidender Ausgangspunkt ist die Tatsache, dass die Kapazität unseres Kurzzeitgedächtnisses einerseits relativ klein ist und dort andererseits während des Lernens eine aktive Verarbeitung der neuen Informationen vor sich gehen soll, um diese auch längerfristig zu speichern. Die Gefahr, das Kurzzeitgedächtnis mit zu vielen Informationen zu überfordern, – in diesem Fall spricht man von *cognitive overload* – ist daher relativ groß. Die folgenden Gestaltungsprinzipien für e-Learning Materialien (Clark & Mayer 2002) basieren auf empirischen Untersuchungen und geben konkrete Hinweise, wie verschiedene mediale Elemente didaktisch sinnvoll kombiniert und *cognitive overload* vermieden werden können.

### Multimedia Prinzip

Statt nur Texte darzubieten, sollten Texte und Abbildungen kombiniert werden.

Unter Abbildungen sind dabei sowohl statische Bilder wie Zeichnungen, Diagramme, Landkarten oder Fotos als auch dynamische Elemente wie Animationen, Videos oder dynamische Konstruktionen zu verstehen. In einer Studie zum Multimedia Prinzip Moreno & Mayer (1999) wurde ein mathematisches Computerspiel entwickelt, mit dem Schüler das Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen lernen sollten. In dem Programm wurde ein gezeichneter Hase verwendet, um dies zu veranschaulichen. Im Beispiel 2 - (-3) etwa startete der Hase am Zahlenstrahl bei 2, drehte sich nach links, wanderte drei Schritte zurück und landete bei 5. Die Kontrollgruppe arbeitete hingegen mit einem Drill & Practice Programm, das nur textbasiert war. Es zeigte

sich, dass die Lernerfolge mit der Kombination von Text und Veranschaulichung wesentlich besser waren als mit der reinen Textversion.

## Kontiguitätsprinzip

Zusammengehörnde Texte und Bilder sollten nahe beieinander platziert werden.

Ein Beispiel für die Realisierung des Kontiguitätsprinzips sind Pop-Up Texte, die erscheinen, wenn man mit der Maus über eine bestimmte Stelle einer Grafik fährt. Weitere Möglichkeiten sind das Integrieren von Text in Grafiken sowie das Nebeneinander-Stellen von Text und zugehöriger Grafik auf einer Bildschirmseite. Untersuchungen der Augenbewegungen von Lernern anhand von Texten und zugehörigen Diagrammen haben ergeben, dass erfolgreiche Lerner zunächst einen kurzen Abschnitt Text lesen, dann das beschriebene Objekt im Diagramm suchen, danach im Text weiter lesen und das nächste Objekt im Diagramm suchen usw. Daher ist es sinnvoll, solche Texte etwa als Liste übersichtlich darzustellen und in der Nähe der Grafik zu positionieren. In keinem Fall sollten Text und Grafik in verschiedenen Fenstern angeboten werden.

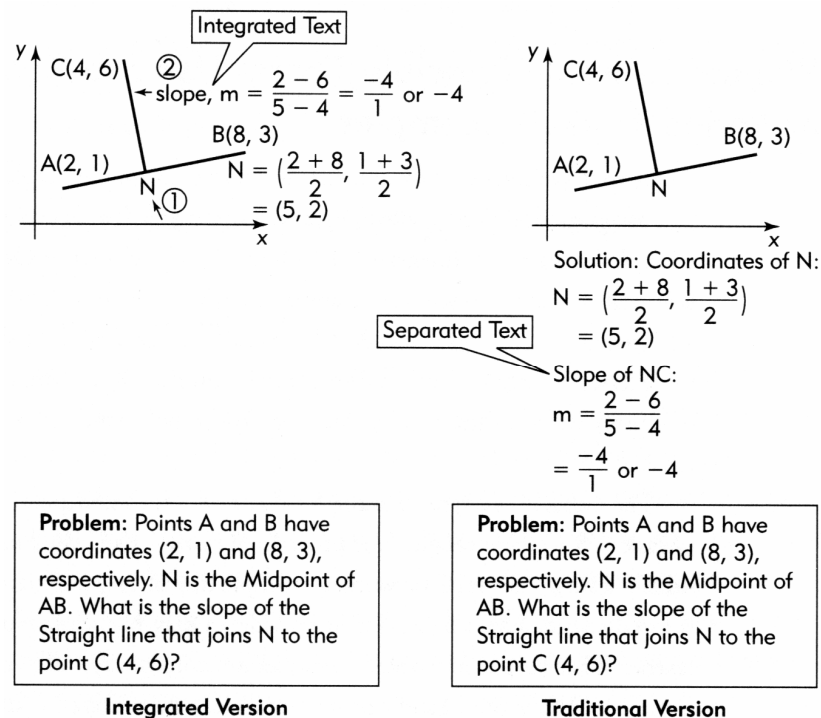


Abbildung 7: Beispiel zum Kontiguitätsprinzip (Grafik aus Clark & Mayer 2002, S. 185)

In einer Untersuchung von Sweller (1990) wurden Probanden zwei unterschiedliche Versionen eines ausgearbeiteten Geometrie-Beispiels präsentiert (vgl. Abbildung 7). Im einen Fall wurden die Umformungen zur Berechnungen der Lösung innerhalb der Grafik dargestellt (integrated version), im anderen Fall darunter (traditional version). Die Gruppe mit den integrierten Texten schnitt bei einem Post-Test deutlich besser ab als jene mit den Berechnungen unterhalb der Grafik.

## Kohärenzprinzip

Das Hinzufügen von interessanten Materialien kann das Lernen beeinträchtigen.

Dieses Prinzip mag zunächst verwundern, gemeint sind jedoch für den Lerninhalt im Wesentlichen belanglose Materialien wie unterhaltsame Geschichten, die nicht direkt mit dem Lernziel zusammenhängen, dekorative Abbildungen, Hintergrundmusik und Soundeffekte, um die Motivation zu steigern, oder detaillierte Beschreibungen in Textform. Solche möglicherweise interessanten, aber für die Lernziele irrelevanten Informationen können das Lernen auf mehrere Arten behindern:

- Ablenkung: die Aufmerksamkeit des Lernenden wird von relevantem zu irrelevantem Material gelenkt
- Störung: das irrelevante Material behindert den Lernenden bei der Verarbeitung der relevanten Informationen
- Verführung: der Lernende wird dazu verleitet, das angebotene Material mit unpassendem Vorwissen zu verknüpfen

Das Kohärenzprinzip besagt also, dass man Materialien nicht durch überflüssige Abbildungen, Animationen, Musik „aufpeppen“ soll, um sie schöner, spannender oder interessanter erscheinen zu lassen. Dewey bezweifelte schon vor gut hundert Jahren, dass das Hinzufügen interessanter Materialien zu langweiligen Inhalten Lernen fördern kann:

When things have to be made interesting, it is because interest itself is wanting. Moreover, the phrase is a misnomer. The thing, the object, is no more interesting than it was before. (Dewey 1913, S. 11)

Interesse ist keine Zutat, die man im Nachhinein durch aufwändige Gestaltung hinzufügen kann. Dewey sollte damit Recht behalten: die kognitive Lerntheorie besagt, dass irrelevante Informationen zu cognitive overload beitragen und daher die Informationsverarbeitung und damit Lernen behindern. Eine aufregend gestaltete Lernumgebung garantiert nicht, dass Lernende sich vermehrt anstrengen, die Inhalte zu verstehen. Es ist eher umgekehrt: wenn Lernende die Inhalte verstehen, empfinden sie dabei Freude. Verstehen führt zu Vergnügen und nicht umgekehrt.

## Personalisierungsprinzip

Personalisierter Sprachstil und pädagogische Agenten können das Lernen unterstützen.

Vielleicht haben Sie sich schon gewundert, warum ich Sie in diesem Artikel bereits des Öfteren direkt angesprochen habe. Der Grund dafür ist das Personalisierungsprinzip, welches die Verwendung von dialogorientierter Sprache anstelle von formeller Sprache in Texten empfiehlt. Der Lernende soll in Texten direkt angesprochen und wie ein Dialogpartner einbezogen werden, etwa durch die Verwendung der Worte `ich' und `du' bzw. `Sie'. Ein häufiger Einwand gegen dieses Prinzip ist, dass ein solcher Sprachstil von der Ernsthaftigkeit und Bedeutung der Inhalte ablenkt. Außerdem sei das Ziel von Lernmaterialien die effiziente Vermittlung von Informationen, wofür formelle Sprache besser geeignet sei.

Diese Ansicht übersieht die Tatsache, dass der Lernende eine entscheidende Rolle bei der Verarbeitung der angebotenen Informationen und der Konstruktion seines Wissens spielt. So haben Studien gezeigt, dass sich Lernende mehr anstrengen

Inhalte zu verstehen, wenn sie sich wie in einer Unterhaltung mit einem Gesprächspartner fühlen als wenn sie nur formelle Informationen erhalten.

Das folgende Beispiel zum Unterschied zwischen der formellen und personalisierten Version eines Textes stammt aus einer Untersuchung von Moreno und Mayer. Lernende mit der personalisierten Version erzielten deutlich bessere Erfolge als die Gruppe mit dem formellen Text.

Formal Version: This program is about what type of plants survive on different planets. For each planet, a plant will be designed. The goal is to learn what type of roots, stem, and leaves allow the plant to survive in each environment. Some hints are provided throughout the program.

Personalized Version: You are about to start a journey where you will be visiting different planets. For each planet, you will need to design a plant. Your mission is to learn what type of roots, stem, and leaves will allow your plant to survive in each environment. I will be guiding you through by giving out some hints.

(Moreno & Mayer 2000)

Eine weitere Möglichkeit, um Lernende direkt und persönlich anzusprechen sind so genannte pädagogische Agenten. Diese sind Darstellungen von Charakteren wie Cartoons, Videos von realen Personen oder Avatare (virtuelle Figuren), welche den Lernenden durch einen e-Learning Kurs mit geschriebenem oder gesprochenem Text begleiten. Untersuchungen zum Einsatz solcher Agenten unterstützen bislang ebenfalls das Personalisierungsprinzip.

## **Selbststeuerungsprinzip**

Selbststeuerung eignet sich gut für Lernende mit viel Vorwissen oder hohen metakognitiven Fähigkeiten.

In größeren e-Learning Kursen können die Lernenden teilweise wählen, welche Themen sie wann bearbeiten, wie schnell sie weiter gehen und ob sie Teile wie etwa Beispiele oder Übungen ganz überspringen möchten. Wenn Lernende diese Entscheidungen weitgehend selbst treffen können, so spricht man von Selbststeuerung, andernfalls von Fremdsteuerung.

Der traditionelle Unterricht in einer Klasse ist üblicherweise fremdgesteuert: das Tempo wird vorgegeben, der Unterricht verläuft linear aufbauend und es werden dieselben Unterrichtsmethoden für alle Lernenden verwendet. Selbststeuerung kann in Bezug auf e-Learning verschiedene Erscheinungsformen haben:

- Reihenfolge: der Lernende kann die Reihenfolge der Inhalte frei wählen. Dazu gibt es z.B. Auswahlmenüs.
- Tempo: der Lernende kann entscheiden, wie lange er sich mit einem bestimmten Inhalt beschäftigen möchte (Ausnahmen: kurze Video oder Audio Sequenzen). Es gibt eine „Beenden“ oder „Zurück“ Schaltfläche auf jeder Bildschirmseite.
- Lernunterstützung: der Lernende kann entscheiden, ob er zusätzlich durch Beispiele, Übungen, Definitionen oder weitere Verweise beim Lernen unterstützt werden möchte.

Es hat sich gezeigt, dass e-Learning Kurse, die Selbststeuerung in der eben beschriebenen Weise ermöglichen, bei Lernenden sehr beliebt sind. Die Lernerfolge bei solchen Kursen sind allerdings sehr unterschiedlich. Selbststeuerung ist nur dann

effektiv, wenn ein Lerner in der Lage ist, für ihn passende Entscheidungen zu treffen. Wenn jemand gut beurteilen kann, welche Inhalte er schon verstanden hat und welche noch nicht, dann kann er auch gute Entscheidungen darüber treffen, welche Inhalte er sich noch ansehen sollte und wie viel Energie und Zeit er darin investieren will.

Unter *Metakognition* versteht man Wissen über die eigenen kognitiven Prozesse und deren Bedingungen. Dabei sind drei Bereiche relevant: Wissen über die Person, z.B. über eigene Stärken und Schwächen, über Aufgaben, z.B. über die Bearbeitung schwieriger Texte, sowie über kognitive Strategien, z.B. Strategien zum Auswendiglernen. Young (1996) hat in einer Studie die Lernerfolge von Probanden mit hohen und niedrigen metakognitiven Fähigkeiten getestet, die vier e-Learning Einheiten mit Selbststeuerung bzw. Fremdsteuerung zu absolvieren hatten. Bei Selbststeuerung konnten die Lernenden Definitionen, Beispiele und Übungen wählen oder überspringen, während die Gruppe bei Fremdsteuerung alle diese Inhalte durchlaufen musste. Die Teilnehmer der selbstgesteuerten Version sahen sich weniger als 50 Prozent aller verfügbaren Bildschirmseiten an. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Lernenden mit geringen metakognitiven Fähigkeiten aus der Selbststeuerungsgruppe mit Abstand am schlechtesten abschnitten.

	Selbststeuerung	Fremdsteuerung
Niedrige metakognitive Fähigkeiten	20%	79%
Hohe metakognitive Fähigkeiten	60%	82%

Im Zusammenhang mit den metakognitiven Fähigkeiten sind auch Selbsteinschätzungstests interessant. Dabei wird eine Person befragt, wie sie vor einem Test über ein bestimmtes Fachgebiet ihre zu erwartende Leistung einschätzt. Nach dem Test werden dann die tatsächlichen Ergebnisse mit den geschätzten verglichen. Untersuchungen ergaben, dass die Korrelation zwischen geschätzten und tatsächlichen Werten bei solchen Tests fast Null ist.

Diese Resultate geben Anlass dazu, vorsichtig mit Selbststeuerung umzugehen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass selbstgesteuerte Kurse nicht gut geeignet sind für Lerner mit geringem Vorwissen oder geringen metakognitiven Fähigkeiten. Eine völlige Selbststeuerung wie etwa beim Surfen im Internet wird also in vielen Fällen nicht zum gewünschten Lernerfolg führen. Oft ist es sinnvoller, nur gewisse Teile eines Kurses selbstgesteuert zu belassen und andere Teile verpflichtend vorzugeben (z.B. Übungen). Ein aufwändigerer Ansatz ist, dem Lernenden auf Basis von Ergebnissen bei Zwischenüberprüfungen Empfehlungen zu geben, welche Teile er gegebenenfalls wiederholen bzw. wie er weiter machen soll. Der Vorteil dieser beiden Lösungen im Vergleich zu einem völlig fremdgesteuerten Ablauf: die Lernenden arbeiten mit mehr Freude, wenn sie zumindest teilweise Entscheidungen über Reihenfolge, Tempo und Inhalte machen können.

## Schlussbemerkung

Vorgefertigte computerbasierte Unterrichtsmaterialien bieten eine gute Möglichkeit, aktives, entdeckendes und schülerzentriertes Lernen zu fördern, ohne viel Zeit in das Erlernen der Bedienung einer Software investieren zu müssen. Für die Mathematik sind insbesondere dynamische Webseiten und interaktive Übungen eine interessante Ergänzung und Alternative zu Schulbuch und Arbeitsblättern auf Papier. Solche Materialien finden sich inzwischen in großer Zahl kostenlos im Internet, beispielsweise in Materialienpools wie dem GeoGebraWiki. Die Gestaltungsprinzipien der e-Learning Forschung geben uns dabei konkrete Anhaltspunkte, um deren Qualität beurteilen zu können.

## Literatur

- Clark, R. and Mayer, R.E.: e-Learning and the Science of Instruction. San Francisco, Pfeiffer, 2002
- Dewey, J.: Interest and effort in education. Cambridge, MA: Houghton Mifflin, 1913
- Dörfler, W.: Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium. In: Schriftenreihe Didaktik der Mathematik Bd. 21. Wien, hpt, 1991, S. 51-75
- Hohenwarter, M.: GeoGebra – didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht. Dissertation, Universität Salzburg, 2006
- Jonassen, D.H.: What are Cognitive Tools? In: Cognitive Tools for Learning. Springer, 1992, S. 1-6
- Klimsa, P.: Multimediantutzung aus psychologischer und didaktischer Sicht. In: Issing, Klimsa (Hrsg.): Information und Lernen mit Multimedia und Internet. 3. Weinheim, Beltz, 2002, Kapitel 1, S. 5-17
- Meier, A.: Erweitern von Brüchen - eine interaktive Einführung. Unterrichtseinheit bei Lehrer-Online. <http://www.lehrer-online.de/url/brueche-erweitern>, 2005
- Moreno, R. and Mayer R.E.: Multimedia-supported metaphors for meaning making in mathematics. In: Cognition and Instruction 17 (1999), S. 215-248
- Moreno, R. and Mayer R.E.: Engaging students in active learning: The case for personalized multimedia messages. In: Journal of Educational Psychology 94 (2000), S. 156-163
- Sweller, J. u.a.: Cognitive load and selective attention as factors in the structuring of technical material. In: Journal of Experimental Psychology: General 119 (1990), S. 176-192
- Young, J.D.: The effect of self-regulated learning strategies on performance in learner controlled computer-based instruction. In: Educational Technology Research and Development 44 (1996), S. 137-166

## Links

### Mathematik

- GeoGebra: die dynamische Mathematiksoftware (kostenlos)  
[www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)
- GeoGebraWiki: der Materialienpool zu GeoGebra (kostenlos)  
[www.geogebra.at/wiki](http://www.geogebra.at/wiki)                      [www.geogebra.at/de/upload](http://www.geogebra.at/de/upload)  
[www.geogebra.at/en/wiki](http://www.geogebra.at/en/wiki)                      [www.geogebra.at/en/upload](http://www.geogebra.at/en/upload)
- RealMath: eine Fundgrube für interaktive dynamische Übungen (kostenlos)  
[www.realmath.de](http://www.realmath.de)
- Medienvielfalt im MU: Lernpfade für Ihren Unterricht (kostenlos)  
[www.austromath.at/medienvielfalt](http://www.austromath.at/medienvielfalt)
- Lehrer-Online  
[www.lehrer-online.de/mathematik](http://www.lehrer-online.de/mathematik)

### Allgemein

- Java: Plugin für interaktive Webseiten (kostenlos)  
[www.java.com](http://www.java.com)
- Creative Commons: Lizenzen für kooperatives Arbeiten  
<http://creativecommons.org>

## Autor

Markus Hohenwarter, Dipl.-Ing. Mag. Dr.

Didaktik der Mathematik  
Universität Salzburg  
Hellbrunnerstr. 34, IDN  
A - 5020 Salzburg

Mail: [markus.hohenwarter@sbg.ac.at](mailto:markus.hohenwarter@sbg.ac.at)

Web: [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)